Anton NEGRILĂ
Maria NEGRILĂ

Soluțiile testelor de autoevaluare pot fi consultate la adresa: https://www.edituraparalela45.ro/download/solutii_teste_de_autoevaluare_consolidare_clasa8_p2_2019-2020.pdf

matematică
algebră
geometrie

clasa a VIII-a

partea a II-a

ediția a VIII-a

mate 2000 – consolidare

ÎNVĂȚARE DE CONSOLIDARE®
antrenament

Cuprins

ALGEBRĂ

GEOMETRIE

Capitolul I
Funcții

PP Competențe specifice

- C1. Recunoaşterea unor corespondenţe care sunt funcţii
- C2. Utilizarea valorilor unor funcţii în rezolvarea unor ecuaţii şi a unor inecuaţii
- C3. Reprezentarea în diverse moduri a unor corespondenţe şi/sau a unor funcţii în scopul caracterizării acestora
- C4. Exprimarea prin reprezentări grafice a unor noţiuni de geometrie plană

PE-PP

Fie A și B două mulțimi. Dacă printr-un procedeu oarecare facem ca *fiecărui* element din mulțimea A să-i corespundă *un singur* element din mulțimea B, vom spune că am definit o funcție de la A la B.

Mulțimea A se numeşte **domeniu de definiție** al funcției, iar mulțimea B se numeşte **codomeniul** sau mulțimea în care funcția ia valori. În general, o funcție f definită pe A cu valori în mulțimea B va fi notată $f: A \to B$. Citim „f definită pe A cu valori în B". Funcțiile se notează de obicei cu f, g, h, ...

Fie dată o funcție $f : A \to B$. Dacă ea face ca elementului $a \in A$ să-i corespundă elementul $b \in B$, se scrie $f(a) = b$; spunem că b este valoarea funcției în a.

Legătura pe care o stabileşte funcția între elementele $x \in A$ şi valorile corespunzătoare $f(x)$ din B se numeşte **lege de corespondență**. O funcție se descrie prin trei componente:

- domeniul de definiție;
- codomeniul;
- legea de corespondență.

Legea de corespondență a unei funcții poate fi dată în mai multe moduri:

a) se poate exprima prin indicarea într-un **tabel** a valorilor corespunzătoare elementelor din domeniul de definiție;

b) se poate descrie cu ajutorul unei **formule** prin care se precizează valoarea $f(x)$ pentru oricare x din domeniul de definiție;

c) se poate descrie cu ajutorul diagramelor.

Fiind dată o funcție $f: A \to B$, mulțimea de puncte din plan având coordonatele (x, y), unde x este un element oarecare din A, iar $y = f(x)$, va fi numită **graficul funcției**. Această mulțime se scrie $G_f = \{(x, y) | y = f(x), x \in A\}$.

Egalitatea $y = f(x)$, adevărată pentru fiecare element x din A, va fi numită **ecuația graficului** funcției f. Se obișnuiește să se noteze funcția în felul următor: $y = f(x), x \in A$.

Fie $f: A \to B$ o funcție. **Imaginea** (sau mulțimea valorilor) funcției f este mulțimea $\mathrm{Im} f = \{f(x) | x \in A\}$. În mod evident, $\mathrm{Im} f \subset B$.

Se mai poate scrie și astfel:

$$\mathrm{Im} f = \{y \in B \mid (\exists)\, x \in A \text{ astfel încât } y = f(x)\}.$$

O funcție al cărei domeniu de definiție și codomeniu sunt submulțimi ale lui $\mathbb{R}$ (mulțimi de numere) se numește **funcție numerică**.

Două funcții $f: A \to B$ și $g: C \to D$ sunt **egale** dacă $A = C$, $B = D$ și $f(x) = g(x)$, oricare ar fi $x \in A$. Se notează $f = g$.

În general, o funcție $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ descrisă de formula $f(x) = ax + b$ (unde a și b sunt numere reale) se numește **funcție liniară**. Reprezentarea geometrică a mulțimii grafic pentru o funcție liniară este o dreaptă.

Pentru a trasa graficul unei funcții liniare, este suficient să dăm variabilei x două valori distincte.

Observații:

1. Pentru $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, dacă $a \neq 0$ și $b = 0$, se obține funcția liniară $f(x) = ax$, al cărei grafic conține originea axelor de coordonate.
2. Pentru $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, dacă $a = 0$ și $b \neq 0$, se obțin funcțiile liniare de forma $f(x) = b$, ale căror grafice sunt drepte paralele cu axa Ox. Funcțiile de acest fel sunt numite funcții constante nenule.
3. Pentru $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, dacă $a = b = 0$, obținem o funcție $f(x) = 0$, al cărei grafic coincide cu axa Ox.
4. Uneori, pentru trasarea graficului este mai comod să se stabilească punctele în care graficul intersectează axele de coordonate.

$$G_f \cap Oy = A(0; f(0)) \Leftrightarrow G_f \cap Oy = A(0; b);\ G_f \cap Ox = B\left(-\frac{b}{a};\ 0\right).$$

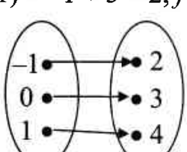
PE-PP 1. Noțiunea de funcție. Funcții definite pe mulțimi finite

Exemple:

1. Descrieți printr-o diagramă, apoi printr-un tabel funcția următoare:

$$f: \{-1; 0; 1\} \to \{2; 3; 4\}, f(x) = x + 3.$$

Soluție: $f(-1) = -1 + 3 = 2$, $f(0) = 0 + 3 = 3$, $f(1) = 1 + 3 = 4$.



x	–1	0	1
$f(x)$	2	3	4

2. Explicitați domeniul de definiție pentru funcția

$$f: A \to \mathbb{R},\ f(x) = \frac{2}{x} \text{ și } A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \le x < 3\}.$$

Soluție: Cum $x \neq 0 \Rightarrow A = \{-1, 1, 2\}$.

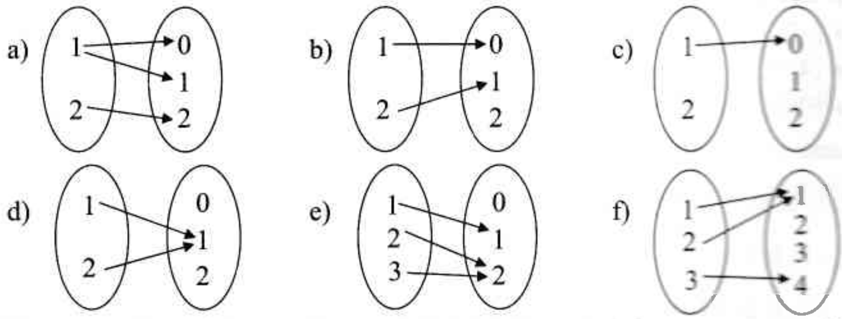
3. Fie funcția $f: A \to \mathbb{R}, f(x) = ax + 2$ și $A = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid |x| \le 2\}$. Determinați valoarea lui $a \in \mathbb{Z}$ pentru care punctul $B(1; -1)$ aparține graficului funcției.

Soluție: $A = \{-2, -1, 1, 2\}$. Dacă $B(1; -1) \in G_f \Rightarrow f(1) = -1$, dar $f(1) = a + 2 \Rightarrow a + 2 = -1$, $a = -3$.

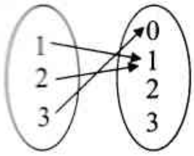
● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Care dintre diagramele de mai jos descrie o funcție?



2. Diagrama alăturată descrie funcția f. Stabiliți domeniul și codomeniul lui f. Determinați $f(2)$ și $f(3)$.



3. Descrieți printr-o diagramă, apoi printr-un tabel, funcțiile următoare:

a) $f: \{0, 1, 2\} \to \{0, 2, 4, 6\}, f(x) = 2x + 2$;

b) $g: \{-2, -1, 0, 1, 2\} \to \{0, 1, 2, 3, 4\}, g(x) = x^2$.

4. Care dintre tabelele de mai jos descrie o funcție?

a)

x	0	1	2
$f(x)$	1	3	3

b)

x	1	2	1
$f(x)$	2	4	5

c)

x	−1	2	4
$f(x)$	0	4	6

d)

x	−2	−1	0	1	−1
$f(x)$	4	5	3	2	1

5. Explicitați domeniul de definiție și legea de asociere pentru funcția $f: A \to \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$, unde $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \le 3\}$. Care este mulțimea valorilor funcției f? Care este probabilitatea ca, alegând numărul n din domeniul de definiție al funcției f, să obținem $f(n) \le 0$?

6. Care dintre următoarele relații nu reprezintă o funcție?

a) $f: \{-1, 0, 1, 2\} \to \{0, 1\}, f(x) = x^2$;

b) $g: \{0, 1, 2, 3\} \to \mathbb{N}, g(x) = x^2$;

c) $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, h(x) = \frac{2}{x}$.

7. Fie funcția $f : \{-1, -1, 0, 1, 2\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + 3$. Stabiliți care dintre punctele următoare aparțin graficului funcției: $A(-2; 1)$; $B(-1; 3)$; $C(0; 3)$; $D(1; 5)$; $E(2; 6)$.

8. Determinați Im f (mulțimea valorilor funcției) în fiecare dintre cazurile următoare:

a) $f: \{-1; 0; 1; 2\} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 1$;

b) $f: \{-2; -1; 0; 1; 2\} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x + 3$;

c) $f: \{-3; -2; -1; 0; 1\} \to \mathbb{R}, f(x) = -x + 2$.

9. Pentru funcțiile de mai jos, stabiliți codomeniul cu numărul minim de elemente, știind că:

a) $f: \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\} \to B$, unde $f(x) = x + 3$;
b) $f: \{-3; -2; -1; 1; 2; 3; 4\} \to B$, unde $f(x) = x^2$;
c) $f: \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\} \to B$, unde $f(x) = 2x + 1$.

10. Pentru funcțiile de mai jos, stabiliți domeniul de definiție, știind că fiecare element al codomeniului este imaginea unui element din domeniu:

a) $f: A \to \{-7; -5; -1; 1; 4\}, f(x) = 2x - 3$;
b) $f: A \to \{4; 3; 2; 1; 0; -1\}, f(x) = -x + 1$;
c) $f: A \to \{0; 4; 9; 16\}, f(x) = x^2$.

11. Determinați $a \in \mathbb{R}$, știind că:

a) $f: \{-2; 1; 2; 3\} \to \mathbb{R}, f(x) = ax - 2$ și $A(1; -3) \in G_f$;

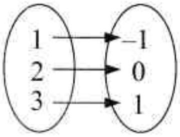
b) $f: \{-2; -1; 1; 2\} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x + a$ și $A(1; -1) \in G_f$;

c) $f: \{-3; -1; 1; 2\} \to \mathbb{R}, f(x) = ax - 5$ și $A(2; -1) \in G_f$.

12. Care dintre perechile de funcții reprezintă funcții egale?

a) $f: \{-2; -1; 0; 1; 2\} \to \mathbb{N}; f(x) = x^2$ și $g : \{-2; -1; 0; 1; 2\} \to \mathbb{N}$, $g(y) = |y|$;

b) $f: \{1; 2; 3\} \to \{-1; 0; 1\}; f(x) = x - 2$ și $g(x)$ reprezentată alăturat.



PE Aplicare și exersare **

13. Pentru funcțiile de mai jos, stabiliți Im f și reprezentați grafic mulțimea într-un sistem de axe:

a) $f: \{-2; 0; 1; 2\} \to \{-1; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}, f(x) = x + 3$;
b) $f: \{-3; -2; 1; 3; 4\} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2$;

c) $f: \{-2; -1; 0; 1; 2\} \to \mathbb{Z}, f(x) = 2x + 1$.

14. Pentru funcțiile de mai jos, scrieți mulțimea grafic și reprezentați-o într-un sistem de axe de coordonate:

a) $f: \{-1; 0; 1; 2; 3\} \to \mathbb{R}, f(x) = -2x + 3$;

b) $f: \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2\} \to \mathbb{R},\ f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{dacă } x < -1 \\ -2x, & \text{dacă } x \geq -1 \end{cases}$;

c) $f: \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\} \to \mathbb{R},\ f(x) = \begin{cases} 2x-2, \text{ dacă } x \le -1 \\ x+1, \text{ dacă } x \in \{0; 1\} \\ 3x-2, \text{ dacă } x > 1 \end{cases}$.

15. Reprezentați grafic funcțiile:

a) $f: \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\} \to \mathbb{R}, f(x) = -x^2 + 3$;

b) $f: \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2\} \to \mathbb{R},\ f(x) = \begin{cases} -x+1, \text{ dacă } x < -1 \\ x+2, \text{ dacă } x \ge -1 \end{cases}$;

c) $f: A \to \mathbb{R}, f(x) = -x + 2$, unde $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 3\}$.

16. Reprezentați grafic funcțiile:

a) $f: A \to \mathbb{R}, f(x) = 2x - 3$, unde $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x-1| \le 2\}$;

b) $f: A \to \mathbb{R}, f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$, unde $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \le \frac{3x-1}{5} < 1\}$;

c) $f: \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\} \to \mathbb{R}, f(x) = |x| - 2$.

17. Se consideră funcția $f: \{-2; -1; 0; 1; 3\} \to \mathbb{R},\ f(x) = \begin{cases} x-1, \text{ dacă } x < 0 \\ 2x^2, \text{ dacă } x \ge 0 \end{cases}$. Determinați numerele reale a, b, c și d, știind că punctele $A(-2; a)$, $B(-1; b)$, $C(1; c+4)$ și $D(3; 6d)$ aparțin graficului funcției.

18. Reprezentați grafic funcțiile:

a) $f: \{-2; -1; 1; 2\} \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{4}{x}$;

b) $f: \{-3; -1; 0; 3\} \to \mathbb{R}, f(x) = |x|$;

c) $f: \{-2; -1; 1; 4\} \to \mathbb{R}, f(x) = -|x|$.

PE Aprofundare și performanță ***

19. Se consideră funcția $f: \{-3; -2; 0; 1; 2\} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b$. Determinați $a, b \in \mathbb{R}$, știind că punctele $A(-2; -8)$ și $B(2; 4)$ aparțin graficului funcției. Reprezentați grafic funcția.

20. Demonstrați că nu există o funcție $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, astfel încât, pentru orice număr real x, să avem: $f(x) + f(2-x) = x + 1$.

21. Considerăm funcția $f: \mathbb{N}^* \to \mathbb{N}^*$, unde $f(n)$ este numărul divizorilor lui n.

a) Calculați $f(2), f(4), f(8), f(24), f(36)$.

b) Caracterizați numerele x pentru care $f(x) = 2$, apoi pe cele pentru care $f(x) = 3$.

22. Se consideră funcția $f: A \to \mathbb{Z}$, unde $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \,\middle|\, \left|\frac{x-1}{2}\right| \le 2\right\}, f(x) = |x|$.

a) Determinați elementele mulțimilor A și $\operatorname{Im} f$.

b) Reprezentați grafic funcția.

c) Calculați suma elementelor mulțimii $\operatorname{Im} f$.

PE-PP **Supermate** ****

23. Fie funcția $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}, f(x) =$ ultima cifră a numărului natural x^2.

a) Determinați Im f.

b) Calculați $f(0) + f(1) + f(2) + \ldots + f(21)$.

24. Fie funcția $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}, f(x) =$ ultima cifră a numărului natural 3^x.

a) Determinați Im f.

b) Calculați $f(0) + f(1) + f(2) + \ldots + f(32)$.

PE-PP 2. Funcția liniară

Exemple:

1. Determinați funcția liniară al cărei grafic trece prin punctele $A(-1; 7)$ și $B(1; -3)$.

Soluție: Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b$. Dacă $A(-1; 7) \in G_f \Rightarrow f(-1) = -7$ și $f(-1) = -a + b \Rightarrow -a + b = -7$. Dacă $B(1; -3) \in G_f \Rightarrow f(1) = -3$ și $f(1) = a + b \Rightarrow a + b = -3$. Adunând cele două relații, se obține $2b = -10$, de unde $b = -5$ și apoi $a = 2 \Rightarrow f(x) = 2x - 3$.

2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = +2x - 1$ și $g(x) = -2x + 3$. Determinați punctul de intersecție al graficelor celor două funcții.

Soluție: $G_f \cap G_g = M(x; y) \Rightarrow f(x) = y$ și $g(x) = y \Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow 2x - 1 = -2x + 3 \Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow M(1; 1)$.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE **Înțelegere** *

1. Reprezentați grafic funcțiile:

a) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$; b) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x$;

c) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 1$; d) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -x$;

e) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 0{,}2x - 3$; f) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{2}x - 1$.

2. Reprezentați grafic funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ în fiecare dintre situațiile:

a) $f(x) = -3x + 2$; b) $f(x) = \dfrac{x+1}{2}$; c) $f(x) = -4x$;

d) $f(x) = 0{,}5x + 0{,}2$; e) $f(x) = -x + 3$; f) $f(x) = \sqrt{3}x - 2$.

3. Reprezentați grafic în același sistem de axe funcțiile $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ în fiecare dintre cazurile:

a) $f(x) = 2x + 1$ și $g(x) = x - 2$; b) $f(x) = -3x + 2$ și $g(x) = -2x - 3$;

c) $f(x) = 3x - 1$ și $g(x) = 4x - 3$; d) $f(x) = x + 5$ și $g(x) = 2x + 7$.

4. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x + 1$ și $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, g(x) = 3x - 2$. Trasați în același sistem de axe de coordonate graficele celor două funcții. Ce observați?

5. Reprezentați grafic funcțiile:

a) $f: [-3; 2) \to \mathbb{R}, f(x) = -x + 5$; b) $f: (-\infty; 2) \to \mathbb{R}, f(x) = x + 3$;

c) $f: [-2; 3] \to \mathbb{R}, f(x) = 2x - 3$; d) $f: (-\infty; 3] \to \mathbb{R}, f(x) = \dfrac{x}{3} + 1$;

e) $f: [5; +\infty) \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{2}{5}x - 2$;   f) $f: (-3; +\infty) \to \mathbb{R}, f(x) = x$.

6. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x - 2$. Determinați punctul de pe grafic care:
a) are abscisa egală cu -1;   b) are ordonata egală cu 4;
c) are coordonatele egale;   d) are coordonatele numere opuse.

7. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x - 1$. Determinați punctul de pe grafic ce are:
a) ordonata egală cu -4;   b) coordonatele egale;
c) abscisa egală cu -2;   d) ordonata egală cu opusa abscisei;
e) ordonata egală cu dublul abscisei.

8. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$. Stabiliți care dintre punctele ce urmează aparțin graficului funcției: $A(-1; -1)$, $B(-2; 3)$, $C(1; 3)$, $D(2; 5)$, $E(0; 2)$.

9. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x + a$.
a) Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care $A(-2; -3) \in G_f$.
b) Trasați graficul funcției într-un sistem de axe de coordonate.

10. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + 2$.
a) Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care punctul $A(1; 3) \in G_f$.
b) Pentru valoarea lui a determinată anterior, trasați graficul funcției.

11. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x + b$.
a) Determinați $b \in \mathbb{R}$ pentru care punctul $A(-1; -5)$ se găsește pe graficul funcției.
b) Pentru valoarea lui b determinată anterior, trasați graficul funcției.

12. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b$. Determinați forma funcției și realizați graficul acesteia în fiecare dintre cazurile prezentate în tabel.

	a)	b)	c)	d)
a	2	-1		
b	-3		2	
$f(-1)$		5		5
$f(2)$			-2	-4

13. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b$. Determinați forma funcției și realizați graficul acesteia în fiecare dintre cazurile prezentate în tabel.

	a)	b)	c)	d)
a	0	-1		$\frac{1}{3}$
b	-2		1	
$f(-2)$		5	$+3$	
$f(3)$				-2

14. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = (m - 3)x + 5 - 3m$.
a) Determinați valoarea lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care $M(-1; -4) \in G_f$.
b) Pentru $m = 3$, trasați graficul funcției.

15. Determinați valorile parametrului $m \in \mathbb{R}^*$ pentru care punctul $M(m; -1)$ se găsește pe graficul funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definită prin:
a) $f(x) = -2x + 5$;   b) $f(x) = 4x + 7$;

c) $f(x) = 2012x + 2011$;
d) $f(x) = mx - 2$;
e) $f(x) = (m-4)x + 3$;
f) $f(x) = mx - 3m - 5$;
g) $f(x) = mx - 2m - 1$;
h) $f(x) = mx - 5m + 3$.

16. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = (2m-3)x + 7$.

a) Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care punctul $M(2; -7) \in G_f$.

b) Pentru $m = -2$, trasați graficul funcției.

17. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = (a+1)x + 2a + 4$.

a) Determinați valoarea lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care graficul funcției conține originea sistemului de axe de coordonate.

b) Pentru $a = -2$, reprezentați grafic funcția.

18. Determinați valorile lui $a \in \mathbb{R}^*$ pentru care punctul $A(a; 2) \in G_f$, unde $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este definită prin:

a) $f(x) = -x + 3$;
b) $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$;
c) $f(x) = -73x + 71$.

19. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ și $f(x) = ax + b$. Determinați $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care graficul funcției este dreapta AB, în fiecare dintre cazurile:

a) $A(-1; -7)$ și $B(1; -1)$;
b) $A(-2; -7)$ și $B(2; 1)$;
c) $A(-1; 7)$ și $B(1; 3)$;
d) $A(-2; 10)$ și $B(2; -2)$.

PE Aplicare și exersare **

20. Determinați punctul de intersecție al graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ și $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, în fiecare dintre cazurile:

a) $f(x) = x + 3$; $g(x) = 2x - 1$;
b) $f(x) = 2x - 3$; $g(x) = x + 1$;
c) $f(x) = 2x + 3$; $g(x) = 3x - 1$;
d) $f(x) = 3x + 1$; $g(x) = x - 5$.

21. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -x + 2$.

a) Determinați numerele reale a și b, știind că punctele $A(0; a)$ și $B(b; 0)$ aparțin graficului funcției.

b) Trasați graficul funcției.

22. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x - 6$.

a) Determinați numerele reale a și b, știind că punctele $A(0; a)$ și $B(b; 0)$ aparțin graficului funcției.

b) Trasați graficul funcției și calculați aria triunghiului AOB.

23. Determinați aria triunghiului AOB, unde A și B sunt punctele de intersecție ale graficului funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ cu axele de coordonate, în fiecare dintre cazurile:

a) $f(x) = x + 4$;
b) $f(x) = 2x - 5$;
c) $f(x) = -2x - 4$;
d) $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$;
e) $f(x) = \sqrt{2}x + 3$;
f) $f(x) = \frac{x+1}{3}$.

24. Determinați valorile lui $a \in \mathbb{R}^*$ pentru care punctul $M(a; 2a+1) \in G_f$, unde $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este definită prin:

a) $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$;
b) $f(x) = 3x - 2$;
c) $f(x) = x - 3$.

25. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x - 5$.

a) Trasați graficul funcției într-un sistem de axe de coordonate.

b) Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care punctul $A(2a; -3a + 13) \in G_f$.

26. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 4x - 3m + 8$.

a) Determinați valoarea reală a lui m pentru care punctul $M(2m; -m - 4)$ se găsește pe graficul funcției.

b) Pentru $m = -2$, reprezentați grafic funcția.

27. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = (m - 2)x + 3m - 7$.

a) Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care punctul $M(-1; 3)$ se găsește pe graficul funcției.

b) Pentru $m = 4$, reprezentați grafic funcția.

28. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -3mx + 5m - 7$, unde $m \in \mathbb{R}^*$. Determinați valoarea lui m pentru care punctul $M(m; m^2 - 3m - 7) \in G_f$.

29. Determinați $a \in \mathbb{Z}^*$ pentru care punctul $A(a; 3)$ se găsește pe graficul funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (a - 2)x + a + 3$.

30. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b$. Determinați valorile reale ale lui a și b pentru care reprezentarea grafică a funcției este dreapta OM, unde $M(-1; -3)$.

31. Determinați funcțiile liniare ale căror grafice conțin punctele:

a) $A(-1; -1)$ și $B(1; 3)$;
b) $A(-1; 3)$ și $B(1; 1)$;
c) $A(-2; 7)$ și $B(2; -1)$;
d) $A(-2; 4)$ și $B(2; 8)$.

32. Stabiliți dacă următoarele puncte sunt coliniare:

a) $A(-2; 0)$; $B(2; 4)$ și $C(5; 7)$;
b) $A(-2; 5)$; $B(1; -1)$ și $C(4; -5)$;
c) $A(-1; 7)$; $B(2; -2)$ și $C(3; -7)$;
d) $A(-2; 3)$; $B(-1; 2)$ și $C(2; -1)$.

33. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b$. Determinați forma funcției, știind că punctele $A(m; n)$ și $B(c; d)$ aparțin graficului funcției. Reprezentați grafic funcția și determinați distanța de la originea axelor la dreapta AB, precum și aria triunghiului AOB.

	a)	b)	c)	d)
m	3	1	–2	–3
n	0	–1	–5	1
c	0	2	1	2
d	6	1	4	6

34. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -\frac{4}{3}x + 4$.

a) Trasați graficul funcției cu ajutorul punctelor de intersecție a graficului cu axele de coordonate.

b) Calculați distanța de la punctul $M(-2; 0)$ la graficul funcției.

35. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{3}{4}x + 3$.

a) Trasați graficul funcției cu ajutorul punctelor de intersecție a graficului cu axele de coordonate.

b) Calculați distanța de la punctul $M(6; 0)$ la dreapta ce reprezintă graficul funcției.

36. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x + 6$.

a) Trasați graficul funcției cu ajutorul punctelor de intersecție a graficului cu axele de coordonate.

b) Calculați distanța de la punctul $M(3; 0)$ la dreapta ce reprezintă graficul funcției.

c) Calculați suma $S = f(1) + f(2) + \ldots + f(35)$.

37. Fie funcțiile $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ și $g(x) = bx + a$, $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Trasați graficul funcției $g(x)$, știind că punctele $A(-1; -5)$ și $B(2; 1)$ se găsesc pe graficul funcției $f(x)$.

38. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (m - 3)x + 2n + 1$. Determinați valorile lui m și n pentru care graficul funcției conține punctele $A(-1; 2)$ și $B(2; 5)$.

39. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + 3$.

a) Dacă $A(0; a)$ și $B(b; 0)$ sunt puncte pe graficul funcției, determinați numerele reale a și b.

b) Reprezentați grafic funcția.

c) Dacă C este simetricul lui B față de axa ordonatelor, arătați că distanța de la C la graficul funcției este segmentul $[CA]$.

40. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$ și $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = 2x + 3$.

a) Trasați graficele celor două funcții în același sistem de axe de coordonate și aflați coordonatele punctului de intersecție dintre cele două grafice.

b) Calculați suma $S = g(1) + g(2) + ... + g(50) - f(1) - f(2) - ... - f(50)$.

41. Fie funcțiile $f: [-2; 4) \to \mathbb{R}$, $f(x) = -x + 3$ și $g: (-3; 3] \to \mathbb{R}$, $g(x) = x - 1$.

a) Trasați graficele celor două funcții în același sistem de axe de coordonate.

b) Determinați coordonatele punctului de intersecție a celor două grafice.

42. Determinați a, b, știind că punctul $M(2; 5)$ este punctul de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ și $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ în fiecare dintre cazurile:

a) $f(x) = ax - 1$ și $g(x) = -x + b$;

b) $f(x) = ax + a - 1$ și $g(x) = (b - 2)x + b$;

c) $f(x) = ax - (a - 1)$ și $g(x) = (b + 4)x + b$.

43. Stabiliți dacă există $a \in \mathbb{R}$, astfel încât punctul $A(-3; -7)$ reprezintă intersecția graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ și $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ în fiecare dintre cazurile:

a) $f(x) = (a - 1)x - 1$ și $g(x) = ax + 2$;

b) $f(x) = (a + 3)x + a$ și $g(x) = (a + 5)x + 5$;

c) $f(x) = (2a - 1)x + a$ și $g(x) = (3a - 2)x + 5$.

44. Determinați numerele reale a și b pentru care punctul de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ și $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este $M(a + 1; 2b - 3)$ în fiecare dintre cazurile:

a) $f(x) = x + 5$ și $g(x) = 2x + 1$;

b) $f(x) = -2x + 3$ și $g(x) = -3x + 4$;

c) $f(x) = x + 7$ și $g(x) = -3x - 1$.

45. Determinați numerele reale m și n pentru care $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ și $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sunt funcții egale în fiecare dintre cazurile:

a) $f(x) = -3x + 7$ și $g(x) = (2 - m)x + n + 4$;

b) $f(x) = -2x + 2n + 3$ și $g(x) = (3m + 4)x + 5$;

c) $f(x) = (m + 1)x + (2n + 1)$ și $g(x) = (4m - 2)x + 3n - 1$.

46. Determinați valorile reale ale lui m și n pentru care reprezentările grafice ale funcțiilor $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ și $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ au cel puțin două puncte distincte comune în fiecare dintre cazurile:

a) $f(x) = 5x - 7$ și $g(x) = (2m + 1)x - (2n + 1)$;

b) $f(x) = (2m - 1)x + 3$ și $g(x) = 5x + 4n - 5$;

c) $f(x) = (3m + 2)x + 3n - 7$ și $g(x) = (4m + 3)x + 4n - 9$;

d) $f(x) = (2n + m)x + 2m + 3$ și $g(x) = (n - 1)x + (2m - 3n)$.